VI. (Задача 18)

21. Сколько существует значений k, при которых графики функций $y = kx + 3$ и $y = \frac{1}{x}$ имеют единственную общую точку?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

22. Сколько существует значений a, при которых парабола $y = x^2$ проходит через вершину параболы $y = x^2 + ax + 3$?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

23. Сколько существует значений b таких, что число $a \neq 0$ является корнем уравнения $x^2 - (a + b)x + ab^3 = 0$?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

24. Какое наибольшее число решений может иметь система уравнений $\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 = 0 \\ y = |x + 1| + a \end{cases}$?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

VII. (Задача 19)

25. Найдите наибольшее n такое, что произведение первых 20 натуральных чисел делится на 2^n.

(А) 10 (Б) 14 (В) 16 (Г) 18 (Д) 20

26. Найдите количество трехзначных чисел, которые оканчиваются на 2 и делятся на 4.

(А) 36 (Б) 40 (В) 42 (Г) 44 (Д) 45

27. У натурального числа N ровно три различных простых делителя, у числа $11N$ таких делителей тоже три, а у числа $6N$ — четыре. Чему равна сумма цифр наименьшего такого числа N?

(А) 2 (Б) 5 (В) 8 (Г) 11 (Д) 12

28. Все натуральные числа, полученные из числа 1234567 перестановкой цифр, включая это число, выписали в возрастающем порядке. Каким числом заканчивается первая половина этого списка?

(А) 3765421 (Б) 4123567 (В) 4352617 (Г) 4376512 (Д) 4376521

Время, отведенное на решение задач, — 90 минут.

«Кенгуру» — абитуриенту

Тест готовности к профильному варианту ЕГЭ

В каждой задаче среди ответов (А)–(Д) ровно один верный.

11 класс **2019 год**

Вопросы теста сгруппированы в блоки в соответствии со структурой заключительной части профильного экзамена по математике (задачи 13–19). Каждый из этих вопросов может быть одним из шагов для решения соответствующей задачи ЕГЭ.

I. (Задача 13)

1. Сколько точек на тригонометрической окружности соответствует корням уравнения $(\sin x + 1)(\operatorname{tg} x - \sqrt{3})(\cos x + \frac{1}{2}) = 0$?

(А) 2 (Б) 3 (В) 4 (Г) 5 (Д) 6

2. В каком из промежутков (А)–(Д) содержится множество корней уравнения $3^{2x} - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$?

(А) $[-3; 0]$ (Б) $[-1; 2]$ (В) $[0{,}5; 2{,}5]$ (Г) $[1; 3]$ (Д) $[3; 27]$

3. Сколько корней уравнения $2\cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 - \sin 2x$ принадлежит отрезку $[-2\pi; 2\pi]$?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 4 (Д) бесконечно много

4. Сколько корней уравнения $(\operatorname{tg}^2 x - 4) \cdot \lg(\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}) = 0$ принадлежит отрезку $[\frac{\pi}{4}; \pi]$?

(А) 0 (Б) 1 (В) 2 (Г) 3 (Д) 4

II. (Задача 14)

В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 1 точка M — середина ребра AA_1, N — середина ребра CC_1 и P — середина ребра C_1B_1.

5. Найдите расстояние между точками M и P.

(А) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (В) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (Г) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (Д) $\sqrt{2}$

6. Найдите угол между прямой AN и плоскостью ABB_1.

(А) $\arcsin\frac{1}{3}$ (Б) $\arcsin\frac{2}{3}$ (В) $\arcsin\frac{2\sqrt{5}}{5}$
(Г) $\arccos\frac{1}{5}$ (Д) $\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Чему равна площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точки D, M, N?

(А) $\frac{1}{2}$ (Б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (Г) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (Д) 2

8. Во сколько раз диагональ куба больше высоты тетраэдра D_1DCA, опущенной из вершины D?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

III. (Задача 15)

9. Решите неравенство $(2x+1)(x+1)^2 < 0$.

(А) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ (Б) $(-\infty; -1) \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$
(В) $\left(-\infty; -1\right)$ (Г) $(-\infty; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$
(Д) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$

10. Решите неравенство $x + \sqrt{2-x} > 0$.

(А) $(-2; 2]$ (Б) $(-2; 0]$ (В) $(-2; 1]$
(Г) $(-2; +\infty)$ (Д) $(-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$

11. Сколько целых отрицательных чисел удовлетворяет неравенству $2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 15 \leqslant 0$?

(А) 1 (Б) 2 (В) 3 (Г) 4 (Д) 5

12. Решите неравенство $\log_3 x \geqslant 2\log_x 3 + 1$.

(А) $\left[\frac{1}{3}; 1\right) \cup [8; +\infty)$ (Б) $(0; 1) \cup [9; +\infty)$
(В) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [9; +\infty)$ (Г) $\left[\frac{1}{3}; 1\right) \cup [9; +\infty)$
(Д) $\left(0; \frac{1}{3}\right] \cup [9; +\infty)$

IV. (Задача 16)

На отрезке AE длины 3 отмечена точка C так, что $AC = 1$. Точки B и D расположены по одну сторону от прямой AE так, что треугольники ABC и CDE — равносторонние.

13. Какой из углов (А)–(Д) равен углу CBE?

(А) $\angle BAC$ (Б) $\angle BEC$ (В) $\angle BDC$ (Г) $\angle DAB$ (Д) $\angle DAE$

14. Найдите длину отрезка BE.

(А) 1 (Б) 2 (В) $\sqrt{3}$ (Г) $\sqrt{5}$ (Д) $\sqrt{7}$

15. Найдите площадь четырехугольника $BCED$.

(А) 2 (Б) $\sqrt{5}$ (В) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (Г) $\frac{9}{4}$ (Д) $3\sqrt{3}$

16. Прямая BD пересекает прямую AE в точке K. Найдите длину отрезка KE.

(А) $3+\sqrt{2}$ (Б) $2+2\sqrt{2}$ (В) 4 (Г) 6 (Д) $3+\frac{\sqrt{3}}{2}$

V. (Задача 17)

17. В геометрической прогрессии первый член равен $\sqrt{2}$, а четвертый член равен $3\sqrt{6}$. Какое из чисел (А)–(Д) не принадлежит этой прогрессии?

(А) $3\sqrt{2}$ (Б) $\sqrt{6}$ (В) $3\sqrt{27}$ (Г) $9\sqrt{2}$ (Д) $9\sqrt{6}$

18. Для членов убывающей арифметической прогрессии верно равенство $(a_{11} - a_6)(a_{121} - a_{103}) = 360$. Чему равна ее разность?

(А) -4 (Б) -2 (В) -1 (Г) 2 (Д) 4

19. Когда бриллиант раскололи на две части, его общая стоимость упала на 48%. Какую долю всего бриллианта составляет его бóльшая часть, если стоимость бриллианта пропорциональна квадрату массы?

(А) $\frac{2}{3}$ (Б) $\frac{3}{4}$ (В) $\frac{4}{5}$ (Г) $\frac{3}{5}$ (Д) $\frac{4}{7}$

20. Настя решала задачи конкурса «Кенгуру». Всего было тридцать задач. Каждая из задач с 1 по 10 оценивалась в 3 балла, задачи с 11 по 20 — в 4 балла, задачи с 21 по 30 — в 5 баллов. Сначала Настя выбрала три особенно понравившиеся ей задачи и решила их, потратив на каждую по 3 минуты. Потом оставшиеся 66 минут до конца теста она распределила между остальными 27 задачами пропорционально количеству баллов, даваемых за задачу. Какое наименьшее суммарное время она могла затратить на решение всех десяти четырехбалльных задач?

(А) $23\frac{29}{37}$ минуты (Б) 25 минут (В) $22\frac{8}{111}$ минуты
(Г) $26\frac{1}{9}$ минуты (Д) $27\frac{2}{9}$ минуты