



«КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2006

IX. Парабола – это график функции вида $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Верно ли утверждение?

- 41) Некоторые две параболы имеют ровно 3 точки пересечения.
- 42) Некоторая парабола имеет ровно 3 точки пересечения с графиком функции $y = \frac{1}{x}$.
- 43) Если ветви параболы направлены вниз, то она пересекает график функции $y = x + |x|$ не более двух раз.
- 44) Если ветви параболы направлены вверх, то она обязательно пересекает график функции $y = 2^x$.
- 45) Некоторая парабола пересекает график функции $y = \cos x$ ровно 11 раз.

X. Верно ли, что не менее трех натуральных чисел удовлетворяет следующему неравенству?

- 46) $x^2 - x - 1 > 0$
- 47) $\frac{2x+3}{3-4x} > 1$
- 48) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12} \leq 0$
- 49) $\lg x < x - 2$
- 50) $\operatorname{tg} \pi x > \frac{1}{\sqrt{3}}$

XI. Верно ли утверждение?

- 51) Если в арбузе диаметра 30 см одну треть объема составляет корка, то толщина этой корки больше 5 см.
- 52) Если из геометрической прогрессии со знаменателем 2 вычеркнуть все члены, номера которых не делятся на 3, то получится геометрическая прогрессия со знаменателем 8.
- 53) Если $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ – арифметическая прогрессия с разностью 5 и $a_1 = 8$, то при всех n верно неравенство $a_n(n+8) > 5n^2$.
- 54) Квадрат любой нечетной функции – четная функция.
- 55) Существует более 900 различных квадратных трехчленов, все коэффициенты которых – натуральные числа, не превосходящие 9.

XII. В пирамиде $SABCD$ основание $ABCD$ – квадрат со стороной 1, а ребро SB перпендикулярно плоскости основания и тоже равно 1. Верно ли утверждение?

- 56) $SD = \sqrt{3}$.
- 57) Треугольники SBD и SCD равны между собой.
- 58) Угол SDA равен 60° .
- 59) Угол между плоскостями SAD и SCD равен 150° .
- 60) Из трех таких пирамид нельзя сложить куб с ребром 1.

Время, отведенное на решение задач, – 75 минут!



«КЕНГУРУ» – ВЫПУСКНИКАМ



ТЕСТ ГОТОВНОСТИ К ПРОДОЛЖЕНИЮ ОБРАЗОВАНИЯ

2006

Вам предлагается 12 задач, каждая из которых состоит из 5 родственных друг другу вопросов (всего надо ответить на 60 вопросов). Любой из этих вопросов допускает лишь два возможных ответа: «Да» или «Нет». Кроме того, Вы можете дать ответ «Не знаю». Ответы «Да» или «Нет» Вы указываете, закрашивая соответствующий овал в таблице ответов. При ответе «Не знаю» Вы оставляете оба овала для этого вопроса незакрашенными.

Внимание: за верный ответ «Да» или «Нет» будет начисляться 3 балла, за неверный ответ «Да» или «Нет» будет сниматься 1 балл, а ответ «Не знаю» оценивается в 0 баллов. Поэтому не следует «угадывать» ответы: отвечайте «Да» или «Нет» только тогда, когда Вы уверены в ответе.

ОБРАЗЕЦ ТАБЛИЦЫ ОТВЕТОВ

Так будет выглядеть часть таблицы ответов, если выбраны следующие ответы на вопросы:

- 1 – «да»,
- 2 – «не знаю»,
- 3 – «нет», ...
- ... 31 – «не знаю»,
- 32 – «нет»,
- 33 – «да», ...

	1	2	3	...
Д	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
Н	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	

	31	32	33	...
Д	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	
Н	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Нельзя закрашивать два овала в одной колонке!

I. Верно ли, что $A = 1$?

- 1) $A = \frac{18,05}{7 \cdot \frac{1}{30} + 11 \cdot \frac{1}{60}}$
- 2) $A = \frac{(2 + \sqrt{3})^4 - (2 - \sqrt{3})^4}{56\sqrt{3}}$
- 3) $A = \frac{\frac{1}{3}\sqrt{72} - \frac{1}{4}\sqrt{8} + \frac{1}{10}\sqrt{50}}{2\sqrt{2}}$
- 4) $A = \frac{1}{8} \cdot 16^{\frac{1}{\log_3 4}}$
- 5) $A = 4 \sin 15^\circ \sin 75^\circ$

II. Верно ли утверждение?

- 6) Если число четно, то и произведение его цифр четно.
- 7) Произведение двух простых чисел не может быть простым числом.
- 8) Если положительное число увеличить на 300%, то оно увеличится в 3 раза.
- 9) Сумма любых двух иррациональных чисел иррациональна.
- 10) Если каждое из двух чисел больше, чем 1,9, то их произведение не может быть меньше, чем их сумма.

III. Верно ли утверждение?

- 11) Если вокруг трапеции можно описать окружность, то эта трапеция – равнобедренная.
- 12) Если в четырехугольнике ровно 2 прямых угла, то он – трапеция.
- 13) Если все стороны одного четырехугольника равны соответствующим сторонам другого четырехугольника, то эти четырехугольники равны.
- 14) Существует неравнобедренный треугольник периметра 6, все стороны которого – целые числа.
- 15) Если четырехугольник P лежит внутри четырехугольника Q , то периметр P меньше периметра Q .

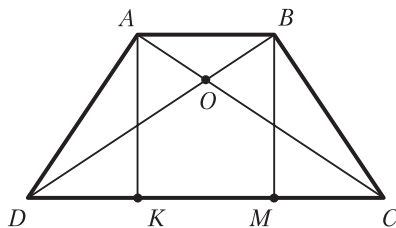
IV. Верно ли числовое неравенство?

$$16) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} > \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3+\sqrt{5}}} \quad 17) \lg 1,01 > \log_2 1,01$$

$$18) \sin\left(\sin\frac{\pi}{2}\right) < \cos\left(\cos\frac{\pi}{2}\right) \quad 19) \cos^2\frac{6\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7} + \frac{1}{2} > 0$$

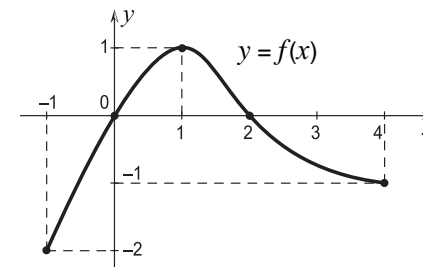
$$20) 4^{100} + 5^{100} > 2^{100} + 7^{100}$$

V. $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $AB = 10$, $CD = 26$, диагонали пересекаются в точке O и перпендикулярны боковым сторонам, а отрезки AK и BM перпендикулярны основаниям трапеции. Верно ли утверждение?



- 21) $\angle DAK = \angle BAC$
- 22) Высота трапеции равна 12.
- 23) Отношение площадей треугольников AOB и DOC равно 5:13.
- 24) Радиус окружности, проходящей через точки A , B и C , равен 12.
- 25) $\frac{\sin\angle BDA}{\sin\angle BAC} < \frac{5}{7}$.

VI. На чертеже изображен график функции $f(x)$, определенной на отрезке $[-1; 4]$. Пусть $g(x) = x - 1$. Верно ли утверждение?



- 26) Функция $f(x) + g(x)$ возрастает на отрезке $[-1; 1]$.
- 27) $g(f(4)) < 0$.
- 28) Произведение $f(x) \cdot g(x)$ отрицательно тогда и только тогда, когда $x \in (0, 1)$.
- 29) Если функция $h(x)$ такова, что $h'(x) = f(x)$, то $h(x)$ возрастает на интервале $(-1; 1)$.
- 30) Функция $f'(x)$ убывает на отрезке $[0; 1]$.

VII. Верно ли, что при некотором значении параметра a равенство справедливо при всех допустимых значениях x ?

$$31) \frac{5x+4}{5x-1} = 1 + \frac{a}{5x-1} \quad 32) ax^2 + (a-1)x + a = 0$$

$$33) \sqrt{x^2 + 2x + a} = x + 1$$

$$34) \cos^2 x - \sin^2 2x - \cos^2 x \cos 2x = a \sin^2 x \cos^2 x$$

$$35) a(x^2 + 1) = \log_{101}(a^{x^2+1})$$

VIII. Пусть M – множество всех корней уравнения $(x^2 - 6x + 8)\sqrt{9 - x^2} \lg x = 0$. Верно ли, что все корни уравнения $f(x) = 0$ лежат в множестве M ?

$$36) f(x) = \sqrt{9 - x^2} \lg x$$

$$37) f(x) = (x^2 - 6x + 8)\sqrt{9 - x^2}$$

$$38) f(x) = (x^3 - 3x + 5)(3 - 4x)$$

$$39) f(x) = |x - 2| - |x - 5| - 1$$

$$40) f(x) = (\sin \pi x) \sqrt{9 - x^2} \lg x$$