



**ЗАДАЧИ
МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА
«Кенгуру»**

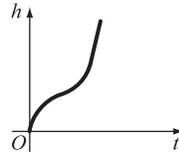
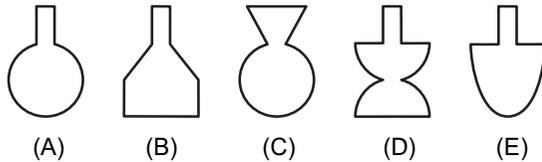


2004

9 — 10 классы

Задачи, оцениваемые в 3 балла

25. Бутылка заполняется водой, равномерно текущей из крана. График показывает зависимость высоты h воды в бутылке от времени. Какой может быть форма бутылки?



26. По листу клетчатой бумаги со стороной клетки 1 см ползет жук. Он проделал путь длиной 3 см. Каково наибольшее количество клеток, внутри которых мог побывать жук?

- (A) 3 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

27. На боковых гранях куба расставлены натуральные числа, а в каждой вершине написано число, равное произведению чисел на трех прилегающих к этой вершине гранях. Сумма чисел в вершинах равна 70. Какова сумма чисел на гранях?

- (A) 12 (B) 35 (C) 14 (D) 10 (E) невозможно определить

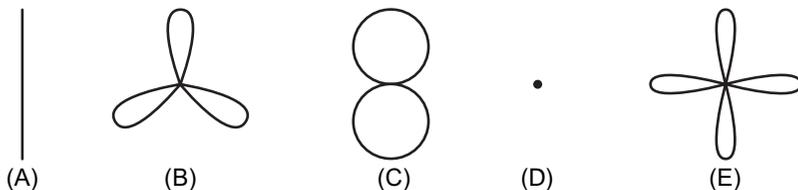
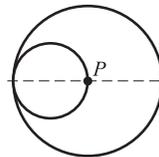
28. Каким может быть наибольшее число сторон (невыпуклого) многоугольника, у которого ровно 8 внутренних углов больше 90° ?

- (A) 11 (B) 16 (C) 20 (D) 27 (E) 30

29. Рассматриваются квадратичные функции $y(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), для которых $y(1) = 1$, $y(3) = -1$. Какое из утверждений неверно?

- (A) если $c < 1$, то $a < 0$ (B) если $a < 0$, то $c < 1$
 (C) если $-\frac{b}{2a} < 1$, то $a < 0$ (D) если $a < 0$, то $-\frac{b}{2a} \leq 3$
 (E) если $c > 2$, то $a > 0$

30. Окружность радиуса 1 катится без скольжения по окружности радиуса 2 с внутренней стороны. На меньшей окружности отмечена точка P , которая в начальном положении совпадает с центром большей окружности. Какова траектория точки P ?



Время, отведенное на решение задач, — 75 минут!



**ЗАДАЧИ
МЕЖДУНАРОДНОГО КОНКУРСА
«Кенгуру»**



2004

9 — 10 классы

Задачи, оцениваемые в 3 балла

1. У некоторой пирамиды 7 граней. Сколько у нее ребер?

- (A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 18 (E) 21

2. Вольер для кенгуру в зоопарке имеет форму прямоугольника 40 м х 60 м. На плане зоопарка изображение этого вольера имеет периметр 100 см. В каком масштабе выполнен план?

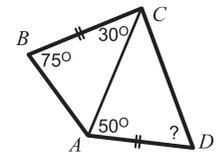
- (A) 1 : 100 (B) 1 : 150 (C) 1 : 160 (D) 1 : 170 (E) 1 : 200

3. Если $\frac{x-y}{x+y} = \frac{12}{13}$, то $\frac{x^2}{y^2}$ равно

- (A) $\frac{13}{12}$ (B) $\frac{25}{6}$ (C) $\frac{144}{169}$ (D) 25 (E) 625

4. Чему равен угол ADC , если $BC = AD$?

- (A) 30° (B) 50° (C) 55° (D) 65° (E) 70°



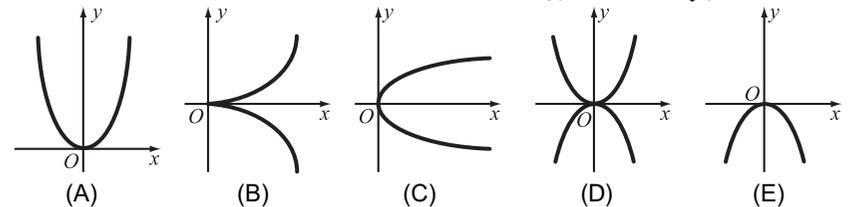
5. Корень седьмой степени из числа 7^{7^7} равен

- (A) 6^{7^7} (B) 7^{6^7} (C) 7^{7^6} (D) 7^{7^7-1} (E) 6^{7^6}

6. В клетчатом квадрате 2003×2003 закрашены все клетки на обеих диагоналях. Сколько клеток остались незакрашенными?

- (A) 2002^2 (B) $2002 \cdot 2001$ (C) $2002 \cdot 2003$
 (D) $2001 \cdot 2003$ (E) $2004 \cdot 2001$

7. Какое множество точек задается на плоскости уравнением $|y| = x^2$?



8. У скольких двузначных чисел сумма цифр суммы цифр равна 1?

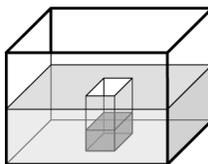
- (A) 1 (B) 2 (C) 9 (D) 10 (E) другой ответ

9. На какое наименьшее количество четырехугольников можно разрезать правильный девятиугольник?
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) нельзя разрезать

10. В корзине лежат 30 грибов – несколько белых и несколько подберезовиков. Если мы вынем 12 грибов, то среди них обязательно будет хотя бы один белый. Если мы вынем 20 грибов, то среди них обязательно будет хотя бы один подберезовик. Сколько белых грибов в корзине?
 (A) 11 (B) 12 (C) 19 (D) 20 (E) 29

Задачи, оцениваемые в 4 балла

11. В аквариуме, площадь основания которого 2 дм^2 , вода достигала высоты 5 см. Пустую банку с площадью основания 1 дм^2 и высотой 7 см погрузили на дно аквариума. Вода в аквариуме поднялась, и часть ее перелилась в банку. Какого уровня достигла вода в банке?



- (A) 1 см (B) 2 см (C) 3 см (D) 4 см (E) 5 см
12. Часовая стрелка часов имеет длину 4 см, а минутная – 8 см. Каково отношение расстояний, проходимых концами стрелок от 2 до 5 часов дня?
 (A) 1 : 2 (B) 1 : 4 (C) 1 : 6 (D) 1 : 12 (E) 1 : 24

13. Петя хочет сделать скамейку в саду из половинок стволов дерева (см. рисунок). Диаметры нижних стволов – 2 дм, верхнего – 4 дм. Какова высота скамейки?



- (A) 3 дм (B) $\sqrt{8}$ дм (C) 2,85 дм (D) $\sqrt{10}$ дм (E) 2,5 дм
14. Если a и b — числа разных знаков, то самым большим из четырех чисел $q = a^2 - b^2$, $r = (a + b)^2$, $s = (a - b)^2$, $t = a^2 + b^2$ является
 (A) q (B) r (C) s (D) t (E) ответ зависит от чисел a и b

15. Ковровая дорожка толщиной 1 см свернута в рулон так, что получился цилиндр диаметра 1 м. Тогда длина дорожки приблизительно равна
 (A) 20 м (B) 50 м (C) 75 м (D) 150 м (E) 300 м

16. Сколько существует квадратов с вершиной $A(-1; 1)$, для которых хотя бы одна из координатных осей является осью симметрии?
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

17. Сколько среди чисел 1, 2, ..., 50 таких, которые равны сумме всех своих простых делителей?
 (A) 10 (B) 15 (C) 17 (D) 19 (E) 22

18. «Рыбка» состоит из правильного шестиугольника и двух правильных треугольников. Отношение площади «рыбки» к площади заштрихованного треугольника равно
 (A) 12 (B) 8 (C) 10 (D) 13 (E) другой ответ



19. Закончите фразу так, чтобы получилось неверное утверждение: «Для всякого числа x найдется такое число y , что ...»
 (A) $x^2 + y^2 > 100$ (B) $y^2 - x^2 > 100$ (C) $x^2 - y^2 > 100$
 (D) $(x - y)^2 > 100$ (E) $x^3 - y^3 > 100$

20. Площади остроугольного треугольника, квадрата и ромба равны. При этом основание треугольника равно стороне квадрата и равно одной из диагоналей ромба. Тогда для периметров этих фигур выполнены неравенства

- (A) $P_{\square} < P_{\diamond} < P_{\Delta}$ (B) $P_{\diamond} < P_{\square} < P_{\Delta}$ (C) $P_{\Delta} < P_{\diamond} < P_{\square}$
 (D) $P_{\Delta} < P_{\square} < P_{\diamond}$ (E) $P_{\diamond} < P_{\Delta} < P_{\square}$

Задачи, оцениваемые в 5 баллов

21. Если a и b – корни уравнения $x^2 + x - 2004 = 0$, то число $a^2 + 2b^2 + ab + b - 2004$ равно
 (A) 2004 (B) 2004,5 (C) 2005 (D) 2006 (E) 1002
22. Сколько чисел от 1900 до 2000 могут быть записаны в виде $2^n - 2^k$, где n и k – натуральные числа?
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
23. Жан-Кристоф продолжает изучать русский язык. Он выписал (цифрами и словами) все натуральные числа, меньшие миллиона, у которых сумма цифр равна количеству слов, используемых при словесной записи этого числа. Например, для числа 1001 (тысяча один) сумма цифр и количество слов равны двум. Какая самая большая сумма цифр встретилась у выписанных чисел?
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8
24. Вычислите: $\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2002+2003}{2004}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{668}\right)$
 (A) 668 (B) 1336 (C) 2002 (D) 2003 (E) 2004